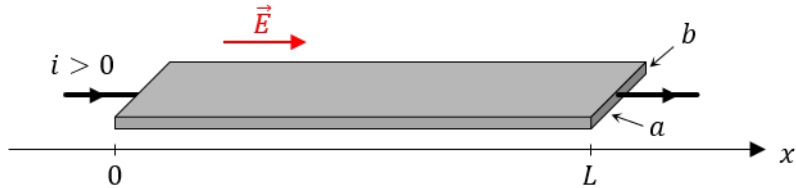


Effet Hall

On considère une plaque conductrice parallélépipédique de largeur a , d'épaisseur b et de longueur L traversée par un courant d'intensité $i > 0$ uniformément réparti sur sa surface $S = a \times b$.

La plaque constitue un milieu homogène isotrope de conductivité γ , comprenant des électrons mobiles de densité volumique n . Ces électrons de masse m et de charge $-e$ sont tous supposés se déplacer à la même vitesse \vec{v} . Ils sont soumis à l'action d'un champ électrique $\vec{E} = E\vec{u}_x$ responsable de leur mise en mouvement.

On modélise les interactions des électrons mobiles avec le milieu lors de leur déplacement par une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, avec α un coefficient caractéristique du milieu. On négligera le poids des particules devant les autres forces.



1) Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron pour établir l'équation différentielle reliant le vecteur densité de courant \vec{j} et le champ électrique \vec{E} . Faire apparaître une constante de temps τ .

2) Montrer qu'en régime stationnaire, on obtient la loi $\vec{j} = \gamma\vec{E}$, où l'on donnera l'expression de γ en fonction de τ , m , e et n . Quel nom porte cette loi ?

On soumet désormais la plaque à un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{u}_z$. Sous l'effet de ce champ magnétique, il y a une accumulation d'électrons mobiles sur une face et, par conséquent, un défaut d'électrons sur l'autre face.



3) Reproduire le schéma et y représenter les symboles « + » et « - » indiquant l'accumulation de charges positives et négatives sur les faces. Justifier alors l'apparition d'un champ électrique $\vec{E}_H = E_H\vec{u}_y$ orthogonal aux lignes de courant i , appelé champ de Hall. Dessiner sur le schéma l'allure des lignes de champ.

4) Déterminer la nouvelle équation différentielle vérifiée par \vec{j} . Introduire la pulsation cyclotron ω_c , à exprimer en fonction de e , B et m .

On se place en régime stationnaire, et on suppose que a est suffisamment faible pour que la conduction se produise quasi-exclusivement selon \vec{u}_x . Ainsi, $\vec{j} \propto \vec{u}_x$.

5) Déterminer l'expression du champ de Hall E_H en fonction de ω_c , τ et E . En déduire l'expression de la résistance de Hall, définie par :

$$R_H = \frac{U_H}{i}$$

où U_H est la différence de potentielle entre les deux faces, induite par le champ de Hall.



Correction

Correction

1) On rappelle le lien entre \vec{j} et \vec{v} :

$$\vec{j} = -ne\vec{v}$$

On applique le principe fondamentale de la dynamique sur un électron.

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \alpha\vec{v} \Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{\vec{j}}{\tau} = \frac{ne^2}{m}\vec{E} \quad \text{avec : } \tau = \frac{m}{\alpha}}$$

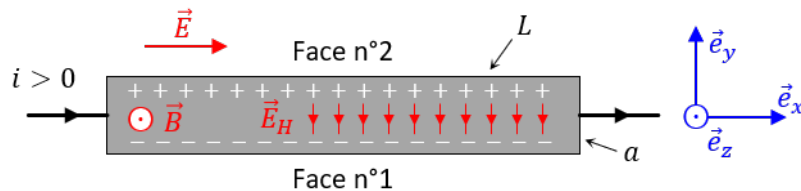
2) En régime stationnaire,

$$\frac{\vec{j}}{\tau} = \frac{ne^2}{m}\vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{j} = \gamma\vec{E} \quad \text{avec : } \gamma = \frac{ne^2\tau}{m}}$$

Il s'agit de la loi d'Ohm locale.

Remarque : τ correspond au temps caractéristique entre deux chocs des électrons avec le milieu.

3) Le courant est positif selon $+\vec{u}_x$, donc les électrons se déplacent selon $-\vec{u}_x$. La force magnétique de Lorentz $\vec{F}_{mag} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$ impose alors une force selon $-\vec{u}_y$. Il y a donc accumulation de charges négatives sur la face n°1 et positives sur la face n°2.



Les lignes de champ sont orientées des charges positives vers les charges négatives.

4) On rajouter la force magnétique de Lorentz.

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) - \alpha\vec{v} \Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{\vec{j}}{\tau} + \omega_c\vec{j} \wedge \vec{u}_z = \frac{ne^2}{m}\vec{E}}$$

avec : $\boxed{\omega_c = \frac{eB}{m}}$

5) En régime stationnaire et avec $\vec{j} \propto \vec{u}_x$, la projection de l'équation précédente dans la base cartésienne donne :

$$\begin{cases} \frac{j}{\tau} = \frac{ne^2}{m}E \\ -\omega_c j = \frac{ne^2}{m}E_H \end{cases} \Rightarrow \boxed{E_H = -\omega_c\tau E}$$

On en déduit la tension de Hall :

$$U_H = \int_0^a dV = - \int_0^a \vec{E}_H \cdot d\vec{OM} = \int_0^a \omega_c\tau E dy = \omega_c\tau Ea$$

Or,

$$i = jS = jab = \gamma Eab \Rightarrow U_H = \omega_c\tau \frac{i}{\gamma ab} a \Rightarrow \boxed{R_H = \frac{\omega_c\tau}{b\gamma}}$$

Remarque : dans un semi-conducteur (pas dans un conducteur) cette tension est mesurable avec les voltmètres usuels, d'où l'intérêt des semi-conducteurs dans les sondes à effet hall pour mesurer la valeur d'un champ magnétique ($R_H \propto B$).