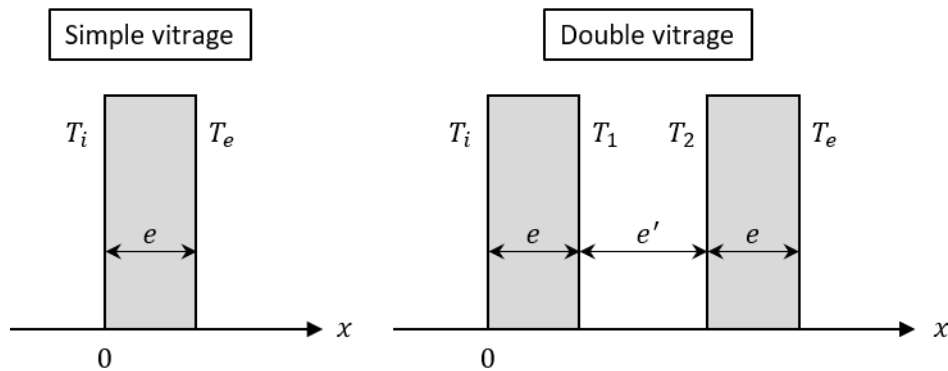


Double vitrage

On ne considère que des régimes permanents, indépendants du temps. L'intérieur d'une pièce de température T_i est séparé de l'extérieur de température T_e par une paroi vitrée de surface S , orthogonale à l'axe (Ox) .

Données :

- $T_i = 292 \text{ K}$, $T_e = 270 \text{ K}$ et $\Delta T = T_i - T_e > 0$;
- $e = e' = 3,0 \text{ mm}$;
- $\lambda = 1,2 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ et $\lambda' = 0,025 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$;
- $h_i = 10 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ et $h_e = 14 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$.



Simple vitrage

La paroi est une vitre simple d'épaisseur e et de conductivité thermique λ .

- 1) Exprimer le flux thermique ϕ_1 sortant de la pièce à travers cette paroi en fonction de λ , S , e et ΔT .
- 2) Exprimer la résistance thermique R_1 de la paroi vitrée.

Double vitrage

La paroi est maintenant un ensemble de deux vitres de même épaisseur e et de conductivité thermique λ , séparées par une lame d'air d'épaisseur e' d'air de conductivité thermique λ' .

- 3) Exprimer le flux thermique ϕ_2 sortant de la pièce.
- 4) Exprimer puis calculer $\eta = \phi_2/\phi_1$, T_1 et T_2 , les températures des faces en regard des deux vitres.
- 5) Représenter graphiquement les variations de la température en fonction de x dans le double vitrage.

Prise en compte du flux conducto-convectif

En plus de la conduction étudiée ci-dessus, on doit tenir compte des échanges conducto-convectifs entre le verre et l'air. Une surface de verre d'aire S , à la température T_v , échange avec l'air, à la température T_a , le flux thermique :

$$\phi_{v \rightarrow a} = hS(T_v - T_a) \quad \text{avec : } h > 0$$

On note h_e le coefficient d'échange entre le verre et l'air extérieur et h_i celui relatif aux autres contacts verre-air.

- 6) Quelle valeur donnait-on implicitement à h dans les modèles précédents ?
- 7) Montrer que ces échanges superficiels introduisent une résistance thermique R_2 . Donner l'expression de R_2 .
- 8) Exprimer puis calculer, dans ce nouveau modèle, le rapport η . Conclure.



Correction

Correction

1) Le flux thermique vaut :

$$\phi_1 = jS = -\lambda S \frac{dT}{dx} \Rightarrow dT = -\frac{\phi_1}{\lambda S} dx$$

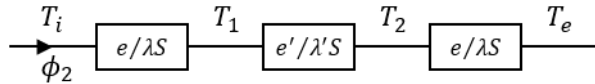
On intègre :

$$\int_{T_i}^{T_e} dT = -\frac{\phi_1}{\lambda S} \int_0^e dx \Rightarrow T_e - T_i = -\frac{\phi_1 e}{\lambda S} \Rightarrow \boxed{\phi_1 = \frac{\lambda S}{e} \Delta T}$$

2) Par définition de la résistance thermique :

$$\boxed{R_1 = \frac{\Delta T}{\phi_1} = \frac{e}{\lambda S}}$$

3)



On a trois résistances thermiques en série.

$$R_{eq} = \frac{\Delta T}{\phi_2} = \frac{e}{\lambda S} + \frac{e'}{\lambda' S} + \frac{e}{\lambda S}$$

Donc :

$$\boxed{\phi_2 = \frac{\Delta T}{\frac{2e}{\lambda S} + \frac{e'}{\lambda' S}}}$$

4) On a :

$$\boxed{\eta = \frac{e/\lambda}{2e/\lambda + e'/\lambda'} = 0,02}$$

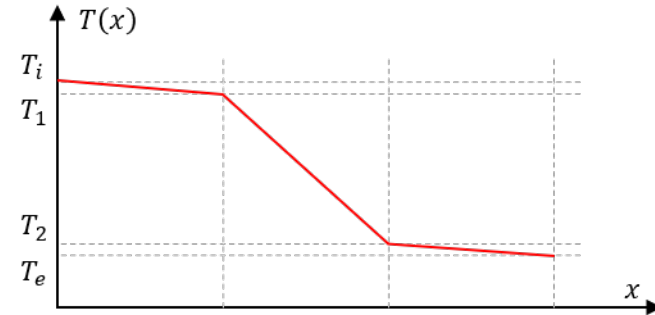
Pour déterminer les températures, on peut également utiliser le montage électrique équivalent.

$$\frac{T_i - T_1}{\phi_2} = \frac{e}{\lambda S} \Rightarrow T_1 = T_i - \frac{e\phi_2}{\lambda S} = T_i - \frac{\Delta T}{2 + \frac{\lambda e'}{\lambda' e}} = \boxed{291,6 \text{ K}}$$

De même :

$$T_2 = T_e + \frac{e\phi_2}{\lambda S} = T_e + \frac{\Delta T}{2 + \frac{\lambda e'}{\lambda' e}} = \boxed{270,4 \text{ K}}$$

5)



6) Dans un modèle sans échange conducto-convectif, $T_v = T_a$ la température est continue à l'interface. Or le flux est fini. Donc nécessairement $\boxed{h = \infty}$.

7) On reconnaît l'expression d'une résistance thermique :

$$\boxed{R_2 = \frac{T_v - T_a}{\phi_{v \rightarrow a}} = \frac{1}{hS}}$$

8) On ajoute ces résistances thermique dans le modèle électrique équivalent. On obtient :

$$\phi_1 = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h_i S} + \frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{h_e S}}$$

et

$$\phi_2 = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h_i S} + \frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{h_i S} + \frac{e'}{\lambda' S} + \frac{1}{h_i S} + \frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{h_e S}}$$

Donc :

$$\boxed{\eta = \frac{1/h_i + e/\lambda + 1/h_e}{3/h_i + 2e/\lambda + e'/\lambda'} = 0,35}$$

Les échanges conducto-convectifs ne peuvent absolument être négligés !