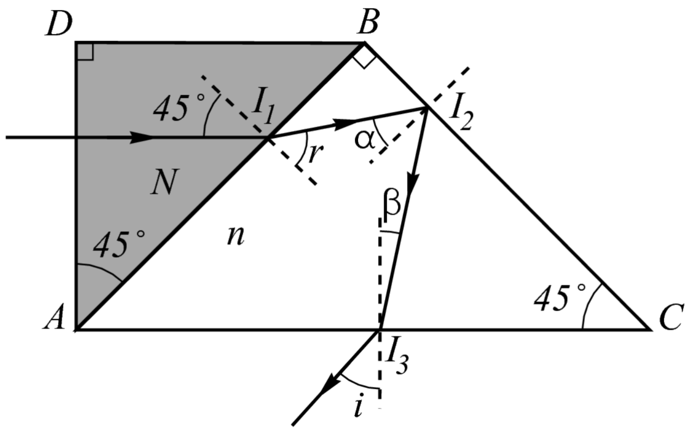
Deux prismes accolés

Deux morceaux de verre taillées sous forme de triangles rectangles et isocèles d'indices respectifs N et n ont leur face AB commune. Un rayon incident frappe AD sous une incidence normale, se réfracte en I_1, se réfléchit en I_2 puis ressort en I_3 sous l'incidence i.

Les valeurs de N et n sont telles que la réflexion soit totale en I_2.



1) Écrire la relation de Snell-Descartes aux points I_1 et I_3.

2) Quelles relations vérifient les angles r et α ; α et β ?

3) Quelle relation vérifient N et n pour que la réflexion soit limite en I_2 ? Calculer N, r, α, β et i pour $n = 1,5$ quand cette condition limite est réalisée. On appelle N_0 cette valeur limite de N. Pour que la réflexion soit totale en I_2, N doit-il être plus grand ou plus petit que N_0 ?

4) Écrire la relation vérifiée par N et n pour que l'angle i soit nul. Que vaut N ?

Correction

Correction

1) En I_1 :

$$\boxed{N\,\text{sin}(45\,°) = \frac{N}{\sqrt{2}} = n\,\text{sin}(r)} \qquad (1)$$

En I_3 :

$$\boxed{n\,\text{sin}(\beta) = \text{sin}(i)} \qquad (2)$$

2) La normale à BC et la normale à AB sont perpendiculaires entre elles. Dans le triangle formée par ces normales et I_1I_2, on a :

$$\boxed{r + \alpha = \frac{\pi}{2}} \qquad (3)$$

De plus, avec le triangle I_2CI_3, on montre que :

$$\boxed{\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}} \qquad (4)$$

3) La condition de réflexion limite en I_2 s'écrit :

$$\boxed{n\,\text{sin}(\alpha) = 1} \qquad (5)$$

La relation (1), (3) et (5) donnent :

$$N = \sqrt{2}n\,\text{sin}(r) = \sqrt{2}n\,\text{sin}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sqrt{2}n\,\text{cos}(\alpha)$$

Ainsi,

$$N^2 = 2n^2\,\text{cos}^2(\alpha) = 2n^2\left(1 - \text{sin}^2(\alpha)\right) = 2n^2\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

Donc,

$$\boxed{N^2 = 2\left(n^2 - 1\right)} \qquad (6)$$

AN :

$$\boxed{N_0 = 1,58 \qquad r_0 = 48,2\,° \qquad \alpha_0 = 41,8\,° \qquad \beta_0 = 3,2\,° \qquad i_0 = 4,8\,°}$$

Pour que la réflexion soit totale en I_2, il faut que l'angle $\alpha > \alpha_0$. Ainsi :

$$(3) \quad \Rightarrow \quad r < r_0 \quad \text{et} \quad (1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{N < N_0}$$

4) Si $i = 0$, alors $\beta = 0$, soit :

$$\alpha = r = \frac{\pi}{4} \quad \text{et} \quad (1) \quad \Rightarrow \quad N = n \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = n = 1,5}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com