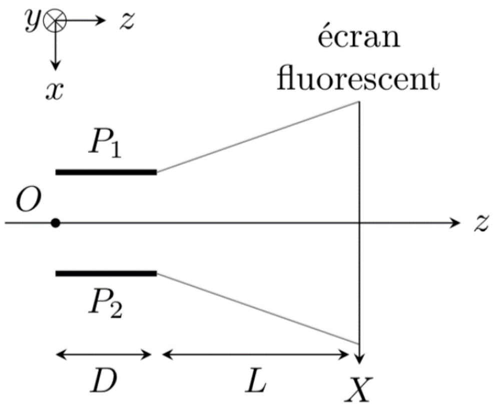
Déflexion électrique dans un tube cathodique

Il y a encore quelques années, les oscilloscopes étaient analogiques et les téléviseurs fonctionnaient grâce à des tubes cathodiques. Le principe est d'exploiter la déviation d'un faisceau d'électrons sous l'effet d'une tension.

Dans tout l'exercice, on se place dans un référentiel galiléen associé à un repère cartésien (O, x, y, z). Une zone de champ électrique uniforme (voir figure) est établie entre les plaques P_1 et P_2 (le champ est supposé nul en dehors et on néglige les effets de bord). La distance entre les plaques est notée d, la longueur des plaques D et la différence de potentiel est $U = V_{P_2} - V_{P_1} > 0$ positive. Des électrons accélérés pénètrent en O dans la zone de champ électrique uniforme avec une vitesse $\overrightarrow{v}_0 = v_0 \overrightarrow{u}_z$ selon l'axe (Oz).



1) Établir l'expression de la force subie par les électrons en fonction de U, e et d.

2) Établir l'expression de la trajectoire $x(z)$ de l'électron dans la zone du champ en fonction de d, U et v_0.

3) Déterminer les coordonnées du point de sortie K de la zone de champ et les composantes de la vitesse en ce point.

4) Montrer que le mouvement est rectiligne uniforme dans les zones en dehors des plaques.

5) On notre L la distance entre la sortie de la zone de champ et l'écran fluorescent. Déterminer l'abscisse X_P du point d'impact P de l'électron sur l'écran en fonction de U, v_0, D, d, m, L et e.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Le champ électrique est uniforme. Ainsi,

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{cte} = -\frac{dV}{dx}\,\overrightarrow{u}_x$$

on en déduit que le potentiel V est linéaire. Avec les conditions aux limites sur les deux plaques, on trouve :

$$V(x) = \frac{V_{P_1} + V_{P_2}}{2} + \frac{V_{P_2} - V_{P_1}}{d}\,x \quad \Rightarrow \quad V(x) = \frac{V_{P_1} + V_{P_2}}{2} + \frac{U}{d}\,x$$

Donc le champ électrique vaut :

$$\overrightarrow{E} = -\frac{dV}{dx}\,\overrightarrow{u}_x = -\frac{U}{d}\,\overrightarrow{u}_x$$

La force subie par un électron vaut donc :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -e\overrightarrow{E} = \frac{eU}{d}\,\overrightarrow{u}_x}$$

2) On applique le PFD sur un électron.

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \dfrac{eU}{d} \\ m\ddot{z} = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dot{x} = \dfrac{eU}{dm}\,t \\ \dot{z} = v_0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = \dfrac{eU}{2dm}\,t^2 \\ z = v_0 t \end{cases}$$

On combine les deux dernières équations pour obtenir :

$$\boxed{x(z) = \frac{eU}{2dmv_0^2}\,z^2}$$

3) Le point K possède par définition $\boxed{z_K = D}$ et donc :

$$\boxed{x_K = \frac{eUD^2}{2dmv_0^2}}$$

4) En dehors des plaques l'électron ne subit plus aucune force puisque le champ électrique est nul. Son mouvement est donc rectiligne uniforme.

5) Le mouvement étant rectiligne uniforme le vecteur vitesse en tout point de la trajectoire et égal au vecteur vitesse au point K. Le temps t_K où l'électron est en K vaut : D/v_0 d'après la question 3). La vitesse en K vaut donc :

$$\overrightarrow{v}_K = \frac{eUD}{dmv_0}\,\overrightarrow{u}_x + v_0\,\overrightarrow{u}_z$$

On définit une nouvelle origine des temps : $t' = 0$ lorsque l'élctron est en K. On en déduit le vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = \left(\frac{eUD}{dmv_0}\,t' + \frac{eUD^2}{2dmv_0^2}\right)\overrightarrow{u}_x + \left(v_0 t' + D\right)\overrightarrow{u}_z$$

L'électron arrive sur l'écran lorsque :

$$v_0 t'_P = L \quad \Rightarrow \quad t'_P = L/v_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_P = \frac{eUD}{dmv_0^2}\left(L + \frac{D}{2}\right)}$$