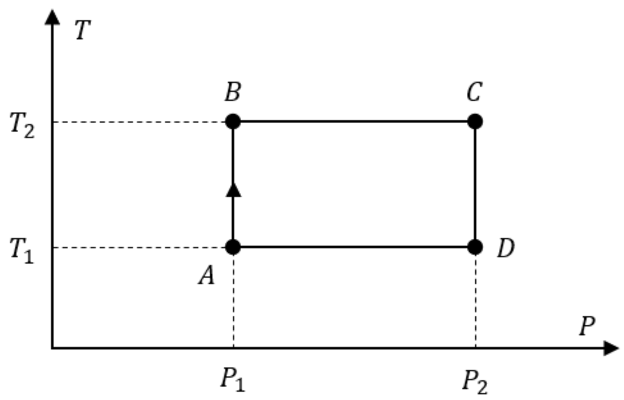
Cycle dans un diagramme (T, P)

On considère la transformation cyclique de n moles de gaz parfait (de coefficient de Laplace γ) représentée par un rectangle dans le diagramme (T, P). Le cycle est parcouru dans le sens horaire (A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ D $\rightarrow$ A), suffisamment lentement pour que l'équilibre mécanique soit constamment réalisé avec le milieu extérieur.



1) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron.

2) Ce cycle décrit-il un moteur ou un récepteur ?

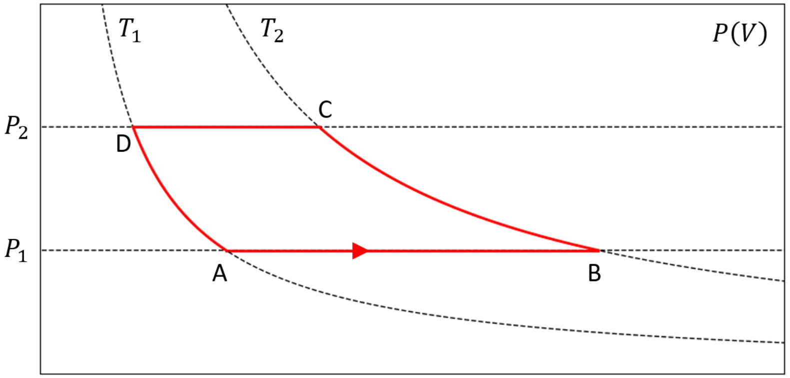
3) Déterminer le travail des forces de pression W et le transfert thermique Q échangés entre le gaz et l'extérieur au cours de chaque étape, en fonction de n, R, γ et des coordonnées indiquées dans le diagramme.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Le cycle contient deux isothermes et deux isobares.



2) Dans Clapeyron, le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique. Il s'agit donc d'un récepteur.

3) Pour une transformation isotherme de température T_0 allant d'une pression P_i à une pression P_f, on a :

$$\Delta U = C_v \Delta T = 0 = W + Q$$

Or,

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P\, dV = -nRT_0 \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = -nRT_0 \ln\left(\frac{P_i}{P_f}\right)$$

On en déduit :

$$\boxed{\begin{aligned} W_{BC} &= -Q_{BC} = -nRT_2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \\ W_{DA} &= -Q_{DA} = -nRT_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \end{aligned}}$$

Pour une transformation isobare de pression P_0 allant d'une température T_i à une température T_f, on a :

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P_0\, dV = -P_0 \left(V_f - V_i\right) = -nR\left(T_f - T_i\right)$$

De plus,

$$\Delta U = W + Q = C_v \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_f - T_i\right)$$

On en déduit :

$$Q = \Delta U - W = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_f - T_i\right) + nR\left(T_f - T_i\right) = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}\left(T_f - T_i\right)$$

Finalement :

$$\boxed{\begin{aligned} W_{AB} &= -nR\left(T_2 - T_1\right) \quad \text{et} \quad Q_{AB} = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}\left(T_2 - T_1\right) \\ W_{CD} &= -nR\left(T_1 - T_2\right) \quad \text{et} \quad Q_{CD} = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}\left(T_1 - T_2\right) \end{aligned}}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com