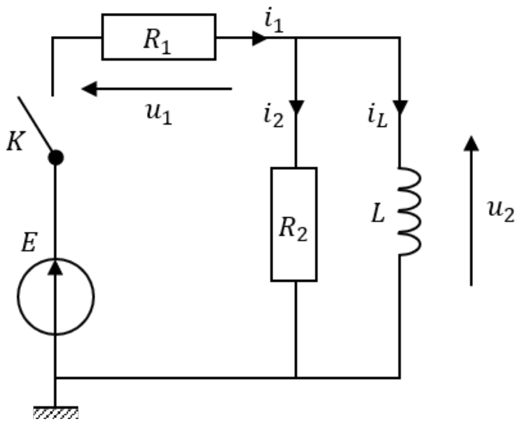
Circuit RL à deux mailles

Considérons le circuit ci-dessous, dans lequel l'interrupteur, ouvert depuis très longtemps, est fermé à $t = 0$.



1) Déterminer les valeurs asymptotiques de u_1 et u_2 en régime permanent (lorsque $t \to \infty$).

2) Établir l'équation différentielle vérifiée par u_2 pour $t > 0$. La mettre sous forme canonique et identifier τ, un temps caractéristique.

3) Déterminer les valeurs à $t = 0^-$ et $t = 0^+$ des tensions u_1 et u_2.

4) Résoudre l'équation différentielle pour obtenir l'expression de $u_2(t)$.

5) Tracer $u_2(t)$.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) En régime permanent, la bobine est analogue à un fil donc la tension à ses bornes est nulle :

$$\boxed{u_2(+\infty) = 0}$$

On déduit alors directement de la loi des mailles que :

$$\boxed{u_1(+\infty) = E}$$

2) On part de la loi des mailles :

$$E = R_1 i_1 + u_2$$

$$E = R_1 (i_2 + i_L) + u_2 \qquad \leftarrow \quad i_1 = i_2 + i_L$$

$$0 = R_1 \left(\frac{di_2}{dt} + \frac{di_L}{dt}\right) + \frac{du_2}{dt} \qquad \leftarrow \quad \frac{d}{dt}$$

$$0 = R_1 \left(\frac{1}{R_2}\frac{du_2}{dt} + \frac{u_2}{L}\right) + \frac{du_2}{dt} \qquad \leftarrow \quad u_2 = R_2 i_2 \quad \text{et} \quad u_2 = L\,\frac{di_L}{dt}$$

$$\boxed{\frac{du_2}{dt} + \frac{u_2}{\tau} = 0} \qquad \leftarrow \quad \boxed{\tau = L\,\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}$$

3) En $t = 0^-$, toutes les intensités sont nulles. Or, l'intensité à travers une bobine est toujours continue, donc :

$$i_L(0^+) = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1(0^+) = i_2(0^+)$$

La branche de la bobine est donc équivalente à un circuit ouvert. Le circuit en 0^+ est donc équivalent à un générateur et deux résistances en série. On se trouve alors dans le cas d'un pont diviseur de tension.

$$\boxed{u_1(0^+) = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\,E} \quad \text{et} \quad \boxed{u_2(0^+) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,E}$$

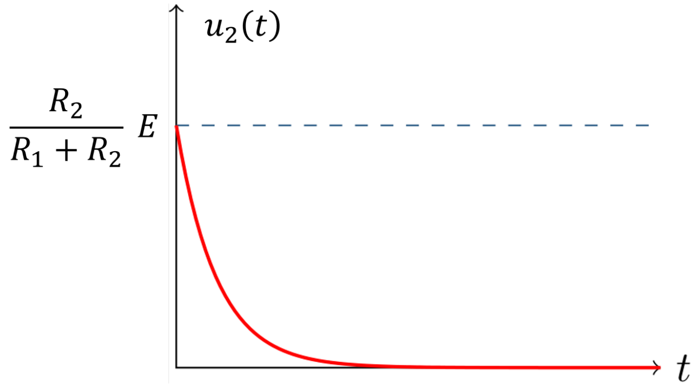
4) Forme générale :

$$u_2(t) = \underbrace{0}_{\text{SP}} + \underbrace{A\,e^{-t/\tau}}_{\text{SEH}} = A\,e^{-t/\tau}$$

Avec la condition initiale :

$$u_2(0^+) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,E = A \quad \Rightarrow \quad \boxed{u(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,E\,e^{-t/\tau}}$$

4) Graphe de $u_2(t)$.



Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com