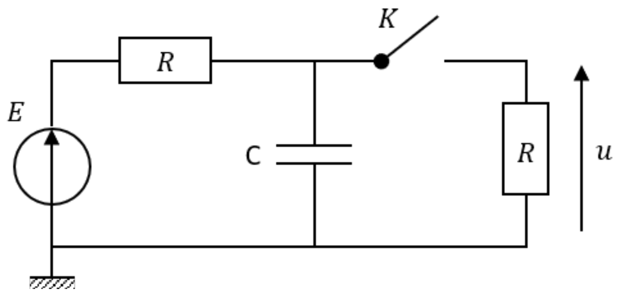
Circuit RC à deux mailles

Considérons le circuit représenté ci-dessous, dans lequel un régime permanent est atteint. À $t = 0$, l'interrupteur K est brusquement fermé.



1) Déterminer les différentes tensions et intensités en $t = 0^+$.

2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. La mettre sous forme canonique et identifier τ, un temps caractéristique, et u_∞, la valeur de $u(t)$ lorsque $t \to +\infty$.

3) La résoudre entièrement.

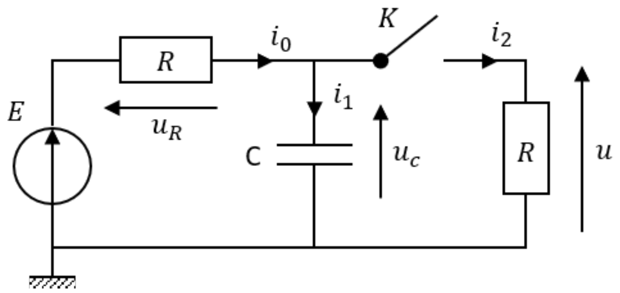
4) Tracer $u(t)$.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Notations :



Commençons par $t = 0^-$. Le condensateur est équivalent à un circuit ouvert. Donc :

$$i_0 = i_1 = i_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_R = u = 0$$

Une loi des mailles donne :

$$u_c(0^-) = E$$

Par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur :

$$\boxed{u_c(0^+) = E}$$

Le condensateur et la résistance de droite sont en dérivation, donc :

$$u_c(0^+) = \boxed{u(0^+) = E}$$

Une loi des mailles donne :

$$E = u_R + u \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_R(0^+) = 0}$$

Les lois d'Ohm donnent :

$$\boxed{i_0(0^+) = 0} \quad \text{et} \quad \boxed{i_2(0^+) = \frac{E}{R}}$$

La loi des nœuds donne :

$$i_0 = i_1 + i_2 \quad \text{et} \quad \boxed{i_1(0^+) = -\frac{E}{R}}$$

2) On part de la loi des mailles :

$$E = Ri_0 + u$$
$$E = R(i_1 + i_2) + u \qquad \leftarrow \qquad i_0 = i_1 + i_2$$
$$E = u + RC\frac{du}{dt} + u \qquad \leftarrow \qquad u = Ri_2 \quad \text{et} \quad i_1 = C\frac{du}{dt}$$
$$\boxed{\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{u_\infty}{\tau}} \qquad \leftarrow \qquad \boxed{\tau = \frac{RC}{2}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_\infty = \frac{E}{2}}$$

3) Forme générale :

$$u(t) = \underbrace{u_\infty}_{\text{SP}} + \underbrace{A\, e^{-t/\tau}}_{\text{SEH}} = \frac{E}{2} + A\, e^{-t/\tau}$$

Avec la condition initiale :

$$u(0^+) = E = \frac{E}{2} + A \quad \Rightarrow \quad A = \frac{E}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u(t) = \frac{E}{2}\left(1 + e^{-t/\tau}\right)}$$

4) Graphe de $u(t)$.