

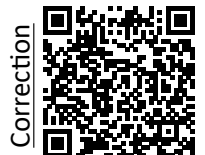
## Chauffage d'un bâtiment

---

Un bâtiment, de capacité thermique  $C = 7,6 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ , est chauffé à la température uniforme  $T_1 = 293 \text{ K}$  par un chauffage central de puissance  $\mathcal{P}_0 = 210 \text{ kW}$  constante, la température extérieure étant égale à  $T_0 = 263 \text{ K}$ . On suppose que puissance thermique **perdue** par le bâtiment de température  $T$  s'écrit :

$$\mathcal{P}_{th} = aC(T - T_0) \quad \text{avec : } a = 7,9 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

- 1) À la date  $t = 0$ , le chauffage est arrêté. En raisonnant sur un intervalle de temps infinitésimal  $dt$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $T(t)$ .
- 2) En déduire la température  $T_2$  du bâtiment après  $3h$  sans chauffage.
- 3) La température du bâtiment étant  $T_2$ , on remet le chauffage en marche. Exprimer puis calculer la température  $T_\infty$  théoriquement atteinte au bout d'une durée très grande.
- 4) Calculer la durée au bout de laquelle le bâtiment aura retrouvé sa température initiale  $T_1$ .



---

## Correction

---

1) On applique le premier principe (version enthalpique, car transformation au contact de l'atmosphère donc monobare) infinitésimal sur le bâtiment. Attention,  $\mathcal{P}_{th}$  est la puissance thermique perdue, donc  $-\mathcal{P}_{th}$  est la puissance thermique reçue (celle qu'il faut mettre dans le premier principe).

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Loi de Joule}}}{=} C dT \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PP}}}{=} -aC (T - T_0) dt$$

On en déduit :

$$\boxed{\frac{dT}{dt} + aT = aT_0}$$

2) La solution de l'équation différentielle est :

$$T(t) = T_0 + (T_1 - T_0) e^{-at} \Rightarrow \boxed{T_2 = 275,8 \text{ K}}$$

3) On applique de nouveau le premier principe en ajoutant le chauffage.

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Loi de Joule}}}{=} C dT \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PP}}}{=} -aC (T - T_0) dt + \mathcal{P}_0 dt$$

On en déduit :

$$\frac{dT}{dt} + aT = aT_0 + \frac{\mathcal{P}_0}{C} = a \underbrace{\left[ T_0 + \frac{\mathcal{P}_0}{aC} \right]}_{= T_\infty}$$

Ainsi,

$$\boxed{T_\infty = T_0 + \frac{\mathcal{P}_0}{aC} = 298 \text{ K}}$$

4) La solution s'écrit :

$$T(t) = T_2 + (T_\infty - T_2) e^{-at}$$

On cherche la durée  $\tau$  telle que :

$$T_1 = T_2 + (T_\infty - T_2) e^{-a\tau} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{1}{a} \ln \left( \frac{T_\infty - T_2}{T_1 - T_2} \right) = 3230 \text{ s} = 54 \text{ min}}$$