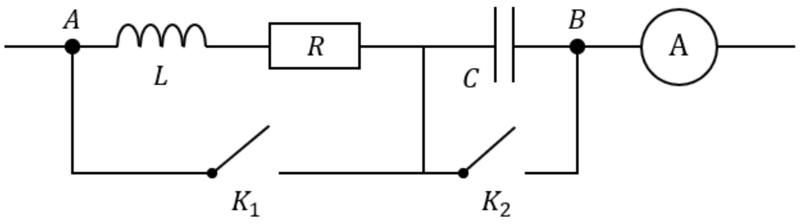
Caractérisation d'un dipôle à l'ampèremètre

Dans le circuit ci-dessous alimenté par une tension u_{AB} sinusoïdale, il existe une pulsation particulière ω pour laquelle l'ampèremètre en mode AC affiche la même valeur lorsque K_1 et K_2 sont ouverts, lorsque K_1 est ouvert et K_2 fermé, et lorsque K_1 est fermé et K_2 ouvert. On rappelle qu'un ampèremètre réglé en mode AC affiche la valeur efficace du courant qui le traverse.



1) Montrer que le fait que l'ampèremètre affiche la même valeur dans les 3 situations décrites ci-dessus signifie que l'impédance $\underline{Z_{AB}}$ est la même dans les 3 situations. 2) Déterminer alors la valeur de ω en fonction de L et C.

3) Montrer que la valeur de R est imposée, et l'exprimer en fonction de L et C.

Correction

Correction

1) On a par définition :

$$\underline{u_{AB}} = \underline{Z_{AB}} \times \underline{i} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = \underline{Z_{AB}} \times \underline{I_m}$$

Dans les 3 situations décrites (interrupteurs ouverts ou fermés), U_{AB} est constant par hypothèse et $\left|\underline{I_m}\right|$ est constant d'après la mesure (en effet, on rappelle que $I_{eff} = I_m/\sqrt{2} = \left|\underline{I_m}\right|/\sqrt{2}$). On en déduit que $\left|\underline{Z_{AB}}\right|$ doit être constant.

2) On a :

$$\underline{Z_1} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad \text{et} \quad \underline{Z_2} = R + j\omega L \quad \text{et} \quad \underline{Z_3} = \frac{1}{j\omega C}$$

Ainsi :

$$\left|\underline{Z_{AB}}\right|^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2 + (\omega L)^2 = \frac{1}{(\omega C)^2}$$

Les deux premières relation imposent :

$$R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2 + (\omega L)^2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{2L}{C} + \frac{1}{(\omega C)^2} = 0$$

Donc :

$$\boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}}}$$

3) On injecte cette condition dans la troisième équation :

$$R^2 + (\omega L)^2 = \frac{1}{(\omega C)^2} \quad \Rightarrow \quad R^2 = \frac{2L}{C} - \frac{L}{2C} = \frac{3L}{2C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \sqrt{\frac{3L}{2C}}}$$