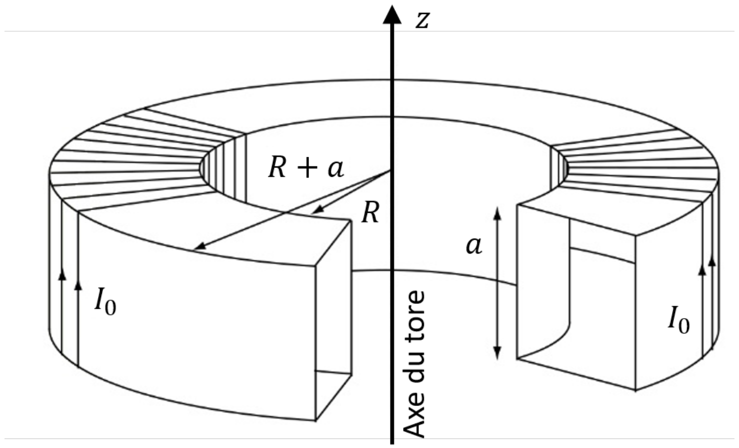
Bobine torique

Considérons une bobine torique formé de N spires jointives carrées (où N est très grand) telle que celle-ci :



1) Déterminer l'expression du champ magnétostatique à l'intérieur et à l'extérieur du tore.

2) Si $a \to 0$, la distribution de courant devient-elle équivalente à celle d'une spire circulaire de rayon R ?

3) Déterminer le flux magnétique à travers une spire, puis le flux total à travers le tore. En déduire l'inductance du tore.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

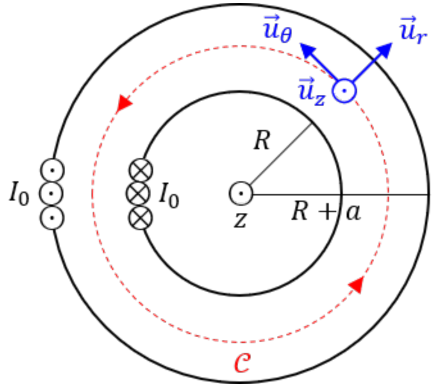
1) Soit $M = (r, \theta, z)$ un point quelconque de l'espace et $H = (0, \theta, z)$ sont projeté orthogonal sur l'axe z.

La distribution de courant est invariante par rotation autour de l'axe (Oz). Donc : $\vec{B}(M) = \vec{B}(r, z)$.

Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution de courant. Donc $\vec{B}$ est orthogonal à ce plan. Ainsi :

$$\boxed{\vec{B}(M) = B(r, z)\,\vec{u}_\theta}$$

Schéma :



On applique le théorème de théorème d'Ampère sur un cercle de centre H d'axe (Oz), de rayon r, et orienté de sorte que $\vec{d\ell} = r d\theta\,\vec{u}_\theta$.

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \mu_0 I_{int}$$

Puisque l'intégrale porte sur la variable θ, le champ $\vec{B}(r, z)$ est constant et peut sortir de l'intégrale. Ainsi :

$$B(r, z) \times 2\pi r = \mu_0 I_{int} \quad \text{avec :} \quad I_{int} = \begin{cases} -NI_0 & \text{si } M \text{ dans le tore} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

En effet :

- si l'altitude z n'est pas incluse dans le tore, aucun courant n'est enlacé par le contour d'Ampère : $I_{int} = 0$;
- si le rayon $r < R$, aucun courant n'est enlacé par le contour d'Ampère : $I_{int} = 0$;
- si le rayon $r > R + a$, il y a autant de courant enlacé « vers le haut » (compté positivement) que « vers le bas » (compté négativement) : $I_{int} = NI_0 - NI_0 = 0$.

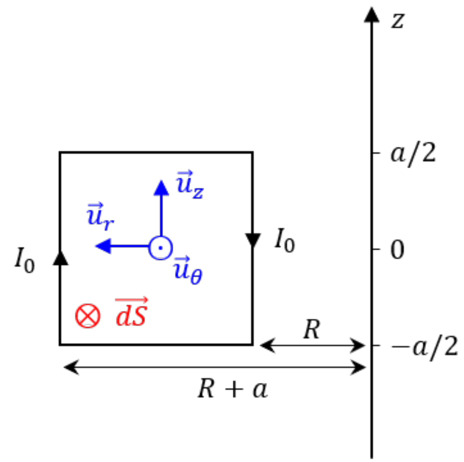
Ainsi,

$$\boxed{B(r, z) = \begin{cases} -\dfrac{N\mu_0 I_0}{2\pi r} & \text{dans le tore} \\ 0 & \text{hors du tore} \end{cases}}$$

2) Il y a plusieurs manières de justifier que non.

- Le champ d'une spire d'axe z n'est pas selon $\vec{u}_\theta$.
- Le champ du tore ne dépend même pas de a...
- Si $a \to 0$ le tore n'a plus d'intérieur, donc $B = 0$ dans tout l'espace.
- etc. Une autre idée ?

3)



Calculons le flux à travers une surface carrée du tore (attention au sens de $\vec{dS}$ imposée par le sens de passage du courant).

$$\phi_1 = \iint \vec{B} \cdot \vec{dS} \quad \text{avec :} \quad \vec{dS} = -dr\,dz\,\vec{u}_\theta$$

Ainsi :

$$\phi_1 = \frac{N\mu_0 I_0}{2\pi} \int_R^{R+a} \frac{dr}{r} \int_{-a/2}^{a/2} dz \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi_1 = \frac{N\mu_0 a I_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)}$$

Donc le flux total (flux propre) et l'inductance :

$$\boxed{\phi_{tot} = \frac{N^2 \mu_0 a I_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)} \quad \text{et} \quad \boxed{L = \frac{\phi_{tot}}{I_0} = \frac{N^2 \mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com