

Bien choisir son chemin

On étudie une détente de n moles d'un gaz parfait de coefficient de Laplace γ , d'un état A ($3P_0, V_0$) vers un état B ($P_0, 3V_0$). On considère plusieurs chemins possibles.

- Chemin 1 : refroidissement isochore puis détente isobare.
- Chemin 2 : détente isobare puis refroidissement isochore.
- Chemin 3 : détente isotherme.

- 1) Quelle est la variation d'énergie du gaz lors de ces transformations ?
- 2) Graphiquement, prédire quel chemin le transfert thermique sera le plus faible.
- 3) Déterminer le travail et la chaleur reçue pour chaque transformation.



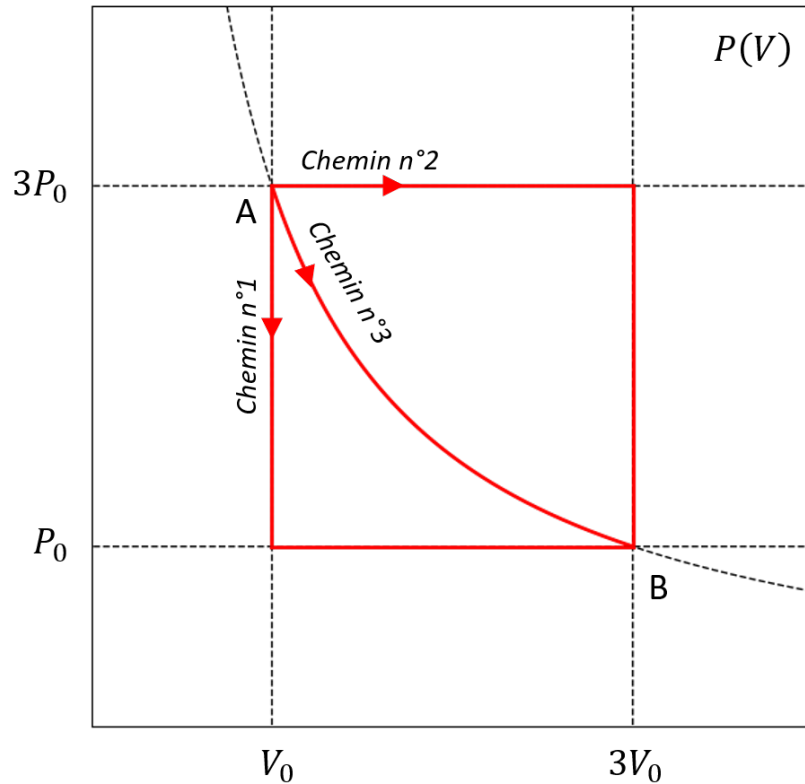
Correction

1) La température initiale :

$$T_0 = \frac{3P_0V_0}{nR}$$

est identique à la température finale (cohérent avec le troisième chemin, isotherme).
Donc $\Delta U = 0$.

2) Dessinons les trois chemins :



Le travail W (au signe près) représente l'aire sous la courbe. Or,

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow Q = -W$$

Donc pour ces trois transformations, la chaleur Q représente l'aire sous la courbe.
C'est donc le chemin n°1 qui minimise la chaleur échangée.

3) L'aire sous la courbe des chemins n°1 et 2 est triviale (l'aire d'un rectangle) :

$$Q_1 = -W_1 = 2P_0V_0 \quad \text{et} \quad Q_2 = -W_2 = 6P_0V_0$$

Pour le chemin n°3 :

$$W_3 = -Q_3 = - \int_{V_0}^{3V_0} P dV = -nRT_0 \int_{V_0}^{3V_0} \frac{dV}{V} = -3P_0V_0 \ln(3)$$