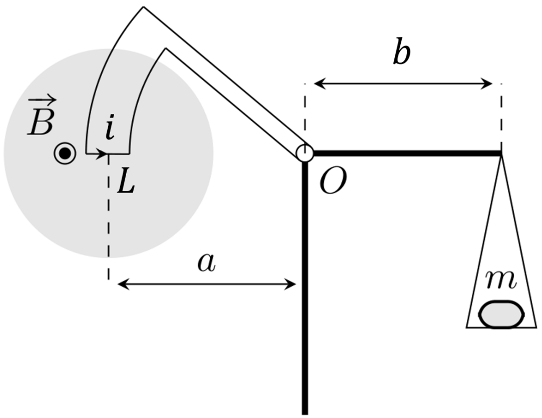
Balance de Cotton

La balance de Cotton est un dispositif ancien, développé au tout début du XX^{e} siècle par Aimé Cotton pour mesurer avec précision des champs magnétiques. Elle est constituée de deux bras rigidement liés l'un à l'autre en O. La partie de gauche comprend sur sa périphérie un conducteur métallique qui est parcouru par un courant et dont une partie est placée dans le champ magnétique uniforme et permanent à mesurer, représenté par la zone grisée sur le schéma (le champ est nul hors de cette zone). Dans cette partie, les conducteurs aller et retour sont des arcs de cercle de centre O, reliés par une portion horizontale de longueur L. Le partie droite comporte un plateau sur lequel est déposée une masse m afin d'équilibrer la balance.

La balance peut tourner sans frottement dans le plan de la figure autour du point O. À vide, c'est-à-dire sans champ magnétique ni masse m, la position du plateau est ajustée afin que la balance soit à l'équilibre avec le bras de droite parfaitement horizontal.



1) Montrer que le moment en O des forces de Laplace s'exerçant sur les parties en arc de cercle est nul.

2) À l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O des forces de Laplace de l'ensemble du dispositif.

3) En déduire la relation entre la masse m à poser sur le plateau pour retrouver la configuration d'équilibre et le champ magnétique B, à exprimer en fonction de a, b, L, i et de l'intensité de la pesanteur g.

4) La sensibilité de la balance étant de $\delta m = 50$ mg, en déduire la plus petite valeur de B mesurable pour $a = b = 25$ cm, $L = 5$ cm et $i = 5$ A. En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Les parties circulaires ont pour centre O subissent une force élémentaire de Laplace :

$$d\overrightarrow{F}_L = i\,\overrightarrow{d\ell} \wedge \overrightarrow{B} = \pm iB\,d\ell\,\overrightarrow{u}_r$$

Le signe $\pm$ dépend de la branche : $+$ pour le conducteur aller et $-$ pour le retour. La force étant radiale, son moment en O est nul.

2) La force de Laplace sur la partie horizontale vaut :

$$\overrightarrow{F}_L = i\,\left(-L\overrightarrow{u}_r\right) \wedge B\overrightarrow{u}_z = iLB\overrightarrow{u}_\theta$$

Cette force étant homogène, elle s'applique au milieu du segment rectiligne. Ainsi,

$$\boxed{\mathcal{M}_z\left(\overrightarrow{F}_L\right) = \left(a\,\overrightarrow{u}_r \wedge \overrightarrow{F}_L\right) \cdot \overrightarrow{u}_z = aiLB}$$

3) Le bras gauche de la balance est soumis à la force de Laplace et à son propre poids. Le bras droit de la balance est soumis à son propre poids et à celui de la masse m additionnelle qui a été déposée sur le plateau. L'énoncé indique qu'à vide la balance est équilibrée, ce qui veut dire que les moments en O du poids de chaque bras se compensent. Comme la balance est de nouveau à l'équilibre, le moment du poids de la masse m doit exactement compenser celui des forces de Laplace, c'est-à-dire :

$$0 = aiLB - mgb \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{mgb}{aiL}}$$

<u>Remarque</u> : le moment du poids de m ne dépend pas de la position verticale de la masse (son bras de levier vaut b dans tous les cas).

4) La plus petite valeur de champ magnétique mesurable est celle pour laquelle $m = \delta m$ est :

$$\boxed{\delta B = \frac{\delta m\,gb}{aiL} = 2,0 \text{ mT}}$$

À titre de comparaison, le champ magnétique terrestre a pour norme 50 µT et n'est pas mesurable avec la balance. En revanche, le champ créé par un aimant permanent « basique » est de l'ordre de 100 mT : la balance de Cotton est donc tout à fait utilisable.