

Analyseur analogique de spectre

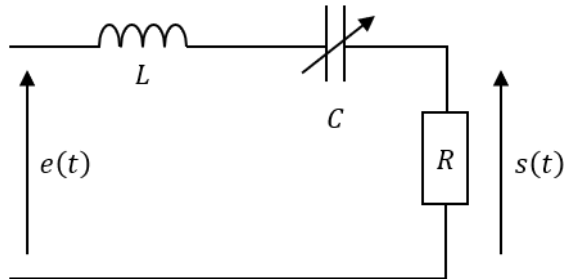
Le but d'un analyseur de spectre est d'analyser les harmoniques d'un signal $e(t)$.

On considère le signal périodique suivant : un signal créneau (de rapport cyclique 1/2) oscillant de 0 à 10 V, de fréquence $f = 3,0$ kHz. La décomposition en série de Fourier de ce signal s'écrit :

$$e(t) = E_0 + \frac{4E_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi(2n-1)ft)}{2n-1}$$

1) Déterminer la valeur de E_0 et tracer le spectre en amplitude de ce signal.

On envoie ce signal dans un circuit RLC à capacité variable :



2) Sans calcul, donner la nature du filtre.

3) Montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

où H_0 , Q et ω_0 sont à déterminer.

4) Tracer les diagrammes de Bode asymptotique et réel en gain. On prendra $Q = 20$ pour le tracé.

5) Rappeler, sans démonstration, l'expression de $\Delta\omega$, bande passante à -3 dB de ce filtre, en fonction de ω_0 et Q .

6) On règle le circuit pour $f_0 = 3,0$ kHz et $Q = 20$. Déterminer le signal de sortie $s(t)$.

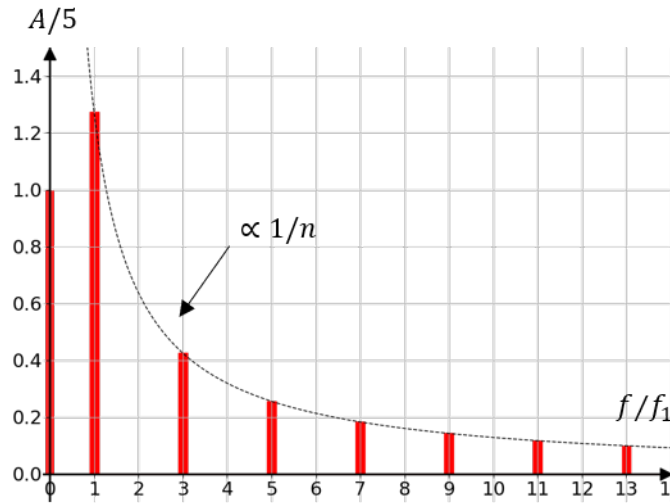
7) Expliquer comment on peut utiliser ce circuit pour déterminer le spectre de $e(t)$



Correction

Correction

1) $E_0 = 5 \text{ V}$ est la valeur moyenne du signal. Son spectre est :



2) En BF, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert. En HF, c'est la bobine. Dans les deux cas, $i = 0$ donc $s = 0$. Le circuit coupe les BF et HF, c'est un passe-bande.

3) Un pont diviseur de tension donne immédiatement :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R} + \frac{1}{j\omega RC}}$$

On a donc :

$$\boxed{H_0 = 1} \quad \text{et} \quad \frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0} \quad \frac{1}{RC} = Q\omega_0$$

Le découplage des deux dernières équations donne :

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad \text{et} \quad \boxed{Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

4) Limite BF :

$$\underline{H}(j\omega) \sim \frac{1}{-jQ \frac{\omega_0}{\omega}} \Rightarrow G_{dB} \sim 20 \log\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)$$

Il s'agit d'une pente de $+20 \text{ dB/dec}$.

Limite HF :

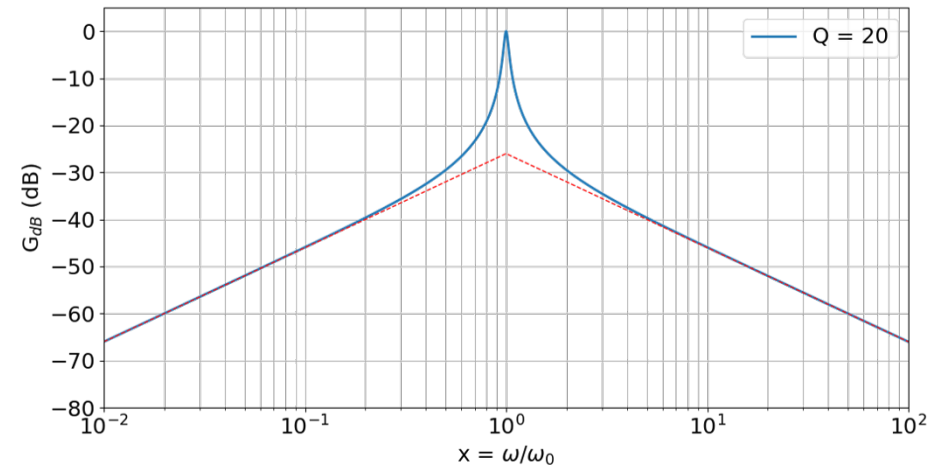
$$\underline{H}(j\omega) \sim \frac{1}{jQ \frac{\omega}{\omega_0}} \Rightarrow G_{dB} \sim 20 \log\left(\frac{\omega_0}{Q\omega}\right)$$

Il s'agit d'une pente de -20 dB/dec .

Les deux asymptotes se croisent en $\omega = \omega_0$ et $G_{dB} = -20 \log(Q) = -26$.

Le gain réel vaut, pour $\omega = \omega_0$, $G_{dB} = 0$.

On obtient donc le graphe ci-dessous.



5) Cf. cours.

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$$

6) La composante continue est toujours coupée par un passe bande. De plus, dans la configuration décrite, on constate que la fréquence fondamentale est inchangée, et que l'harmonique de rang 3 est atténué de 35 dB environ. On va donc pouvoir négliger cet harmonique, et donc tous les autres également. Ainsi :

$$\boxed{s(t) \simeq \frac{4E_0}{\pi} \sin(2\pi ft)}$$

7) Avec la configuration précédente, il est possible d'obtenir l'amplitude de l'harmonique de rang 1. On recommence avec $f_0 = \frac{3,0 \text{ kHz}}{n}$ où $n \in \mathbb{N}^*$. Dans cette configuration, seule l'harmonique de rang n passe le filtre sans être modifié, les autres

sont d'amplitude négligeable. On a donc en sortie :

$$s(t) = \frac{4E_0}{\pi} \frac{\sin(2\pi(2n-1)ft)}{2n-1}$$

En mesurant l'amplitude du signal de sortie pour chaque n , on en déduit le spectre du signal de départ. La modification de f_0 se fait en modifiant C , qui ne joue que sur la valeur de ω_0 , pas sur la valeur de la bande passante.