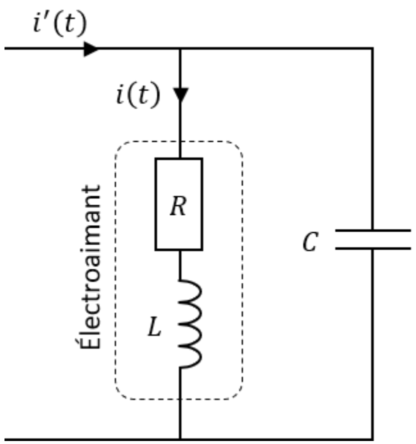
Alimentation d'un électroaimant de levage

Un électroaimant de levage est un dispositif industriel permettant de soulever des pièces métalliques à partir de champs magnétiques intenses. On étudie un tel appareil en le modélisant électriquement par une bobine d'inductance $L = 1,25$ H dont les spires ont une résistance interne $R = 1\ \Omega$. Cette bobine est traversée par un courant i sinusoïdal de fréquence $f = 50$ Hz dont l'amplitude $I_m = 30$ A est imposée pour le bon fonctionnement du dispositif.

Ce courant étant de forte puissance, les pertes par effet Joule dans les câbles d'alimentation de l'électroaimant sont non négligeables. Pour les diminuer, une méthode usuelle consiste à installer un condensateur de capacité C en parallèle de l'électroaimant. On note alors i' l'intensité du courant dans les câbles d'alimentation du dispositif, dont l'amplitude I'_m est inférieure à l'amplitude I_m du courant qui traverse l'électroaimant.



1) Exprimer l'amplitude complexe $\underline{I'_m}$ en fonction de l'amplitude complexe $\underline{I_m}$.

2) Exprimer puis calculer la valeur C à donner au condensateur pour minimiser l'amplitude I'_m tout en conservant I_m fixée. On pourra raisonner sur $(I'_m)^2$.

3) Calculer numériquement la valeur de I'_m dans la configuration optimale. Commenter.

4) Dans ce cas, à quel dipôle l'association électroaimant-condensateur est-elle équivalent ?

5) Calculer la tension aux bornes de l'électroaimant. Dépend-elle de C ? Conclure en termes de puissance fournie.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Les deux branches forment un diviseur de courant, d'où :

$$\underline{I_m} = \frac{1/j\omega C}{(R+j\omega L)+1/j\omega C}\,\underline{I'_m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{I'_m} = \underline{I_m} \times \left(1 + j\omega RC - \omega^2 LC\right)}$$

2) On a :

$$\left(I'_m\right)^2 = I_m^2 \left[\left(1-\omega^2 LC\right)^2 + (\omega RC)^2\right]$$

On veut minimiser $\left(I'_m\right)^2$ en faisant variant varier C et en maintenant tous les autres paramètres constants. Ainsi :

$$\frac{d\left(I'_m\right)^2}{dC} = I_m^2 \times \left[-2\omega^2 L\left(1-\omega^2 LC\right) + 2\omega^2 R^2 C\right] = 0$$

On en déduit :

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \quad -2\omega^2 L\left(1-\omega^2 LC\right) + 2\omega^2 R^2 C = 0 \\
&\Rightarrow \quad C\left(R^2+\omega^2 L^2\right) - L = 0 \\
&\Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{L}{R^2+\omega^2 L^2} = 8,1\ \text{µF}}
\end{aligned}$$

3) Avec ce qui précède :

$$\boxed{I'_m = I_m \sqrt{\left(1-\omega^2 LC\right)^2 + (\omega RC)^2} = 7,6\cdot 10^{-2}\ \text{A}}$$

L'ajout du condensateur permet de diviser par 400 l'amplitude du courant qui alimente l'électroaimant, et donc de réduire les pertes Joule en ligne par $16\,000$!

4) L'impédance équivalence de l'ensemble vaut :

$$\underline{Z_{eq}} = \left(\frac{1}{R+j\omega L} + j\omega C\right)^{-1}$$

En remplaçant C par son expression :

$$\underline{Z_{eq}} = \left(\frac{R-j\omega L}{R^2+\omega^2 L^2} + \frac{j\omega L}{R^2+\omega^2 L^2}\right)^{-1} = \frac{R^2+\omega^2 L^2}{R} = \boxed{R + \frac{\omega^2 L^2}{R}} = R_{eq}$$

Il s'agit d'un résistance.

5) La tension aux bornes de l'électroaimant s'écrit :

$$\underline{U_m} = (R+j\omega L)\ \underline{I_m}$$

Comme $\underline{I_m}$ est le même avec et sans condensateur (à un déphasage près), alors $\underline{U_m}$ ne dépend pas de C, au même déphasage près. On en conclut que l'ajout du condensateur ne modifie pas la puissance fournie par le réseau électrique à l'électroaimant, mais diminue considérablement les pertes en ligne.