

SEMAINE 29

du 2 au 6 juin 2025

► Espaces préhilbertiens réels

- produit scalaire sur un \mathbb{R} -e.v, espace préhilbertien réel, espace euclidien ;
- exemples fondamentaux d'espaces préhilbertiens réels et leurs produits scalaires canoniques : \mathbb{R}^n , fonctions continues sur un segment, $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$;
- inégalité de Cauchy–Schwarz, cas d'égalité ;
- norme euclidienne, formules de polarisation ;
- distance euclidienne ;
- vecteurs orthogonaux, orthogonal d'une partie (notation A^\perp) ;
- famille orthogonale, orthonormée ;
- toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre ;
- théorème de Pythagore ;
- algorithme de Gram-Schmidt (fournissant une famille orthogonale à partir d'une famille libre) ;
- supplémentaire orthogonal d'un sous-espace vectoriel de dimension finie, égalité $(F^\perp)^\perp = F$ dans le cas d'un s-e.v d'un espace euclidien, vecteur normal à un hyperplan ;
- projecteurs orthogonaux ;
- distance à un s-e.v de dimension finie.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiant-e-s sur les sujets suivants : automorphismes orthogonaux, produit mixte, bases directes ou indirectes.*

► Questions de cours (*démonstrations*)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- CCINP 39, 63, 76 à 82 et 92 (modifiés, cf. TD 25).