

SEMAINE 27

du 12 au 16 mai 2025

► Déterminant

Les points de cours dénotés par un "o" ne sont exigibles que des étudiant-e-s orienté-e-s en MP.

- rappels et compléments sur le groupe symétrique \mathfrak{S}_n : décomposition en produit de cycles disjoints et en produit de transpositions, signature ;
- formes n -linéaires alternées sur un espace vectoriel, antisymétrie, nullité sur une famille liée ;
- le déterminant dans une base \mathcal{B} d'un \mathbb{K} -e.v est l'unique forme n -linéaire alternée $\det_{\mathcal{B}}$ sur E^n telle que $\det_{\mathcal{B}}(\mathcal{B}) = 1$;
- caractérisation des bases par la non nullité de leur déterminant ;
- déterminant d'une matrice carrée, lien à l'inversibilité, déterminant de la transposée, déterminant d'un produit ;
- formule $\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \varepsilon(\sigma) \prod_{i=1}^n a_{\sigma(i),i}$;
- déterminant d'un endomorphisme ;
- déterminant d'une matrice triangulaire, triangulaire par blocs ;
- opérations élémentaires sur les lignes et colonnes, effet sur la valeur du déterminant ;
- mineurs, cofacteurs, développement par rapport à une ligne/colonne ;
- déterminant de Vandermonde ;
- comatrice d'une matrice carrée ;
- produit d'une matrice carrée par la transposée de sa comatrice, cas particulier des matrices inversibles.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiant-e-s sur les sujets suivants : toute technicité relative au groupe symétrique, groupe $SL_n(\mathbb{K})$, déterminant de Cauchy.*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible.