

## SEMAINE 25

du 28 avril au 2 mai 2025

## ► Algèbre linéaire matricielle

► Reprise du programme de la semaine 13.

- structure d'espace vectoriel sur  $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{K})$ , dimension et base canonique de cet espace ;
- matrice d'un vecteur dans une base, matrice d'une famille de vecteurs, notation  $\text{mat}_{\mathcal{B}}(x)$  ;
- matrice d'une application linéaire dans un couple de bases, notation  $\text{mat}_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}(f)$  ;
- isomorphismes entre  $\mathbb{K}^n$  et  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ , entre  $\mathcal{L}(\mathbb{K}^n, \mathbb{K}^m)$  et  $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{K})$  ;
- produit matriciel, lien à la composée des applications linéaires ;
- matrice de passage entre deux bases ;
- formules de changement de base pour les vecteurs et les applications linéaires ;
- trace d'une matrice carrée, notation  $\text{Tr}(A)$  ;
- linéarité de la trace, trace d'un produit ;
- trace d'un endomorphisme ;
- rang d'une matrice, invariance par transposition ;
- équivalence de matrices, lien au rang, toute matrice de rang  $r$  est équivalente à  $J_r$  ;
- matrices semblables, conséquence sur la trace ;
- lien entre similitude/équivalence et changements de base ;
- la trace d'un projecteur est égale à son rang ;
- matrices extraites, lien au rang ;
- sous-espaces affines d'un espace vectoriel, translations ;
- rang d'un système linéaire, structure affine de l'espace des solutions.

✘ Aucune connaissance n'est exigible des étudiant-e-s sur les sujets suivants : déterminant, espaces affines, toute technicité relative aux sous-espaces affines d'un espace vectoriel, théorie générale de la réduction des endomorphismes.

## ► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- la matrice de la composée de deux applications linéaires est égale au produit de leurs matrices respectives dans les bases *ad-hoc* ;
- la trace d'un projecteur est égale à son rang ;
- CCINP 59, 69 ou 71 (modifiés, cf. TD 21).