

SEMAINE 24

du 7 au 11 avril 2025

► Intégration

- notion de continuité uniforme, cas des fonctions lipschitziennes, théorème de Heine ;
- subdivisions d'un segment, subdivision régulière ;
- fonctions en escaliers sur un segment, structure d'espace vectoriel ;
- intégrale d'une fonction en escalier, linéarité, croissance, inégalité triangulaire, relation de Chasles ;
- fonctions continues par morceaux (c.p.m) sur un segment, structure d'espace vectoriel ;
- densité des fonctions en escalier dans les fonctions c.p.m ;
- intégrale d'une fonction c.p.m vue comme borne supérieure (resp. inférieure) des fonctions en escalier la bornant "par défaut" (resp. "par excès") ;
- propriétés de l'intégrale sur les fonctions c.p.m : linéarité, croissance, inégalité triangulaire, relation de Chasles ;
- une fonction continue positive d'intégrale nulle est nulle ;
- sommes de Riemann : on a la convergence suivante, pour f c.p.m sur $[a, b]$

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_a^b f(t) dt ;$$

- retour sur la notion de primitive, existence et unicité, théorème fondamental du calcul intégral ;
- intégration par parties, changement de variable ;
- formule de Taylor avec reste intégral ;
- inégalité de Taylor–Lagrange ;
- brève extension des notions vues aux fonctions à valeurs complexes.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiant·e·s sur les sujets suivants : toute technicité relative à la continuité uniforme ou aux subdivisions, suites de fonctions, règles "exotiques" de calcul de primitives (Bioche, ...).*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- une fonction continue positive d'intégrale nulle est nulle ;
- convergence des sommes de Riemann dans le cas lipschitzien ;
- formule de Taylor avec reste intégral.