

## SEMAINE 19

du 3 au 7 mars 2025

## ► Analyse asymptotique

- comparaison de deux fonctions au voisinage d'un point  $a \in \overline{\mathbb{R}}$  : domination (notée  $f(x) \underset{x \rightarrow a}{=} \mathcal{O}(g(x))$ ), négligeabilité (notée  $f(x) \underset{x \rightarrow a}{=} o(g(x))$ ) et équivalence (notée  $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} g(x)$ );
- $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} g(x)$  si et seulement si  $f(x) \underset{x \rightarrow a}{=} g(x) + o(g(x))$ ;
- transitivité de  $\mathcal{O}$  et  $o$ ,  $\sim$  est une relation d'équivalence, reformulation des croissances comparées;
- opération sur les relations de comparaison;
- équivalence et limite finie en un point, comparaison du signe de deux fonctions équivalentes au voisinage d'un point;
- cas particulier de la comparaison des suites : domination (notation  $u_n = \mathcal{O}(v_n)$ ), négligeabilité (notation  $u_n = o(v_n)$ ), équivalence (notation  $u_n \sim v_n$ );
- notion de développement limité (DL) en un point de  $\mathbb{R}$ , unicité du DL si il existe, cas des fonctions paires et impaires;
- une fonction  $f$  admet un DL à l'ordre 0 (resp. à l'ordre 1) en un point si et seulement si elle y est continue (resp. dérivable);
- formule de Taylor–Young pour les fonctions de classe  $\mathcal{C}^n$  au voisinage d'un point de  $\mathbb{R}$ ;
- DL à tout ordre en 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ , exp, cos, sin, ch, sh et arctan;
- DL à l'ordre 3 en 0 de tan;
- caractérisation des extrema locaux à l'aide du signe du coefficient d'ordre 2 dans un DL;
- opérations sur les DL (*pour usage pratique : aucun énoncé précis n'est exigible*) : combinaisons linéaires, produit, composée, quotient;
- DL d'une primitive;
- notion de développement asymptotique en un point de  $\overline{\mathbb{R}}$ , application à l'étude des asymptotes et de leur position relativement à une courbe;
- formule de Stirling.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiant.e.s sur les sujets suivants : formule de Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor–Lagrange, division selon les puissances croissantes, échelles de comparaison.*

## ► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible;
- CCINP 1 ou 46 (question 1.).