

SEMAINE 16

du 27 au 31 janvier 2025

► Polynômes (2)

▮ *Reprise du programme précédent.*

- multiplicité d'une racine ;
- relations coefficients racines (seules les expressions du produit et de la somme des racines sont exigibles dans le cas d'un polynôme de degré supérieur à 4) ;
- dérivée formelle d'un polynôme, extension des formules usuelles (somme, produit, composée), degré du polynôme dérivé ;
- formule de Taylor ;
- caractérisation des racines multiples par les points d'annulation des dérivées successives ;
- notion de polynôme irréductible ;
- tout polynôme de $\mathbb{K}[X]$ s'écrit de façon unique (à l'ordre près des facteurs) comme produit d'irréductibles ;
- théorème de d'Alembert–Gauss, classification des polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$;
- caractérisation de la divisibilité dans $\mathbb{C}[X]$ par les racines, cas des polynômes premiers entre eux ;
- classification des polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$;
- interpolation de Lagrange.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiant·e·s sur les sujets suivants : construction de $\mathbb{K}[X]$, polynômes sur un corps fini.*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- inversibles de $\mathbb{K}[X]$;
- si $A, B \in \mathbb{K}[X]$, A et B sont associés si et seulement si il existe $\lambda \in \mathbb{K}^*$ tel que $A = \lambda B$;
- lemme de Gauss ;
- $a \in \mathbb{K}$ est une racine de $P \in \mathbb{K}[X]$ si et seulement si $X - a$ divise P ;
- CCINP 85 ou 87 (le 87 est légèrement modifié, cf. TD 14 ; **on tolérera que les étudiant·es traitent les questions 1. et 2. ensembles**).