

## SEMAINE 10

du 2 au 6 décembre 2024

► **Limites, continuité**

- notion de voisinage d'un point de  $\overline{\mathbb{R}}$ , intersection de voisinages ;
- pour tous  $x, y \in \overline{\mathbb{R}}$  tels que  $x \neq y$ , il existe un voisinage  $V$  de  $x$  et un voisinage  $W$  de  $y$  tels que  $V \cap W = \emptyset$  ;
- limite d'une fonction en un point (définie via les voisinages), transcriptions quantifiées "en  $\varepsilon, \delta$ " ;
- notion locale de continuité, fonctions continues sur un intervalle ;
- unicité de la limite, une fonction ayant une limite finie en un point est bornée au voisinage de ce dernier ;
- les fonctions usuelles sont continues sur les ensembles *ad-hoc* ;
- opérations sur les limites : combinaison linéaire, produit, quotient, composition ;
- passage à la limite dans les inégalités, théorème d'existence par encadrement, majoration ou minoration ;
- caractérisation séquentielle de la limite ;
- limites directionnelles, théorème de la limite monotone ;
- anneau  $\mathcal{C}^0(I, \mathbb{R})$  des fonctions continues sur un intervalle  $I$ , stabilité par combinaison linéaire et composition (lorsque cette dernière est possible) ;
- prolongement par continuité d'une fonction en un point ;
- théorème des valeurs intermédiaires et corollaires dans le cas strictement monotone, image d'un intervalle par une fonction continue ;
- une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes ;
- une fonction continue sur un intervalle, à valeurs réelles et injective, est strictement monotone ;
- théorème de la bijection ;
- brève extension aux fonctions à valeurs complexes des résultats appropriés.

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiant-e-s sur les sujets suivants : continuité uniforme, théorème de Heine, fonctions lipschitziennes, toute technicité relative aux voisinages.*

► **Questions de cours (démonstrations)**

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- composition de limites ;
- caractérisation séquentielle de la limite (cas d'une limite finie en un point réel) ;
- TVI ;
- CCINP 43.