

SEMAINE 9

du 25 au 29 novembre 2024

► Groupes, anneaux et corps

- lois de composition interne : stabilité, associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, inversibles ;
- notions de groupe et groupe commutatif (abélien) ;
- groupes liés aux anneaux et corps du programme, groupe des bijections d'un ensemble dans lui-même, cas particulier de \mathfrak{S}_n , groupes produits ;
- puissances d'éléments dans un groupes, notation "en multiples" dans le cas "additif", formule $(xy)^n = x^n y^n$ lors que x et y commutent ;
- notion de sous-groupe, caractérisation standard, persistance du neutre et des inverses, intersection de sous-groupes ;
- morphismes de groupes, noyau, image, image et image réciproque d'un sous-groupe ;
- iso/endo/automorphismes, caractérisation de l'injectivité (resp. la surjectivité) par le noyau (resp. l'image) ;
- notion d'anneau (unitaire), d'anneau intègre et de corps (commutatif), sous-anneaux ;
- morphismes d'anneaux ;
- groupe \mathbb{A}^\times des inversibles d'un anneau \mathbb{A} ;
- identités remarquables $(a + b)^n$ et $b^n - a^n$ lorsque a et b commutent, cas particulier $b = 1$ dans la seconde ("suite géométrique").

✘ *Aucune connaissance n'est exigible des étudiant.e.s sur les sujets suivants : groupes et anneaux quotients, caractérisation des sous groupes de \mathbb{R} ou \mathbb{Z} , toute technicité relative à \mathfrak{S}_n (signature, groupe alterné, cardinal, décompositions canoniques), idéaux.*

► Questions de cours (démonstrations)

- tout énoncé ou définition est exigible ;
- intersection de deux sous-groupes ;
- image et image réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupes ;
- caractérisation de l'injectivité d'un morphisme de groupes par le noyau ;
- formule du binôme de Newton ;
- identité remarquable $b^n - a^n$.