Semaine 1

du 16 au 20 septembre 2024

▶ Méthodes de raisonnement

- méthodes directes de démonstration : montrer un "ET", un "OU", une implication, une équivalence ;
- démonstrations par contraposition et par l'absurde ;
- quantificateurs $\exists$ (existentiel) et $\forall$ (universel) ; phrase quantifiée (quantificateur puis prédicat) ;
- négation d'une phrase quantifiée, échanges de quantificateurs et dépendances ;
- existence et unicité : notation $\exists!$, méthode de démonstration de l'unicité.

▶ Ensembles

- notion naïve d'ensemble vu comme famille non ordonnée d'éléments, notion d'appartenance, notation $\in$;
- un ensemble (non usuel) est introduit en listant ses éléments, comme image d'une application ou ou sous la forme
$$\{\ \underbrace{x \in X}_{\text{cas de base}}\ \mid\ \underbrace{P(x)}_{\text{prédicat}}\ \}\ ;$$
- notions d'inclusion et d'égalité de deux ensembles ;
- zoologie des ensembles usuels (définitions naïves) : $\emptyset$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$;
- parties d'un ensemble, notation $\mathscr{P}(E)$;
- opérations sur les ensembles : intersection ($\cap$), réunion ($\cup$), différence ($\setminus$) ;
- idempotence, associativité, commutativité, distributivité pour $\cap$ et $\cup$, cas particulier de l'ensemble vide ;
- lois de de Morgan ensemblistes ;
- produit cartésien de deux ensembles, d'une famille d'ensembles ;
- notation $[\![1, n]\!]$ pour l'ensemble des entiers compris entre 1 et n ;
- toute partie non vide (resp. non vide et majorée) de $\mathbb{N}$ admet un plus petit (resp. plus grand) élément ;
- démonstration par récurrence, récurrence forte, récurrence double.

✖***Aucune connaissance n'est exigible des étudiants sur les sujets suivants : construction des ensembles usuels, arithmétique dans $\mathbb{N}$ (autre que la notion de divisibilité).***

▶ Questions de cours (*démonstrations*)

- tout énoncé ou définition est exigible.